
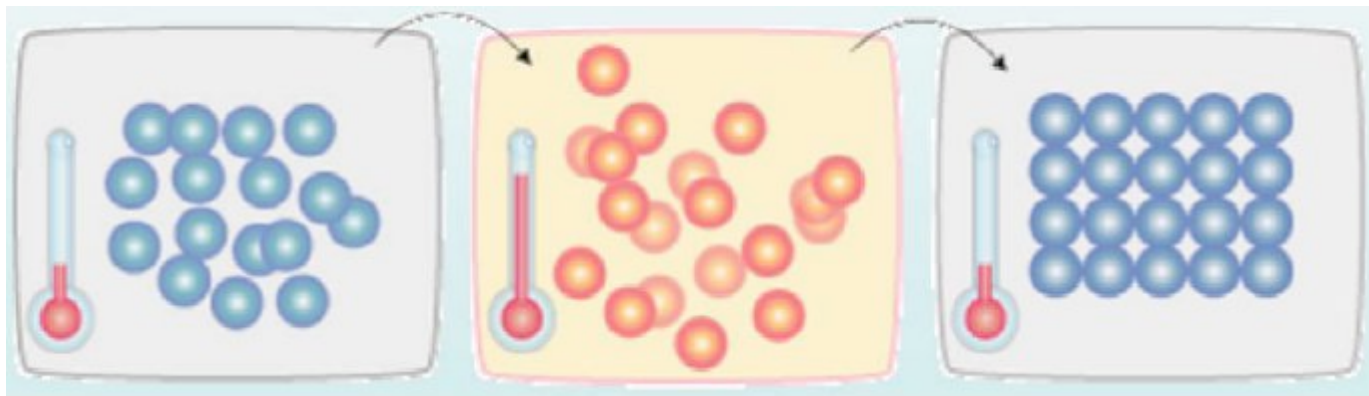




模拟退火法

模拟退火法

- 模拟退火算法起源于物理退火。
-  物理退火过程：
 - (1) 加温过程
 - (2) 等温过程
 - (3) 冷却过程





模拟退火法

■ 发展

-  1953年，Metropolis提出重要性采样法，即以概率接受新状态，称Metropolis准则，计算量相对Monte Carlo方法显著减少。
-  1983年，Kirkpatrick等提出模拟退火算法，并将其应用于组合优化问题的求解。



模拟退火法

■ 1) Metropolis准则提出

- 固体在恒定温度下达到热平衡的过程可以用MorteCarol算法方法加以模拟，虽然该方法简单，但必须大量采样才能得到比较精确的结果，因而计算量很大。
- 鉴于物理系统倾向于能量较低的状态，而热运动又妨碍它准确落到最低态。采样时着重选取那些有重要贡献的状态则可较快达到较好的结果。因此，Metropolis等在1953年提出了重要的采样法，即以**概率接受新状态**。



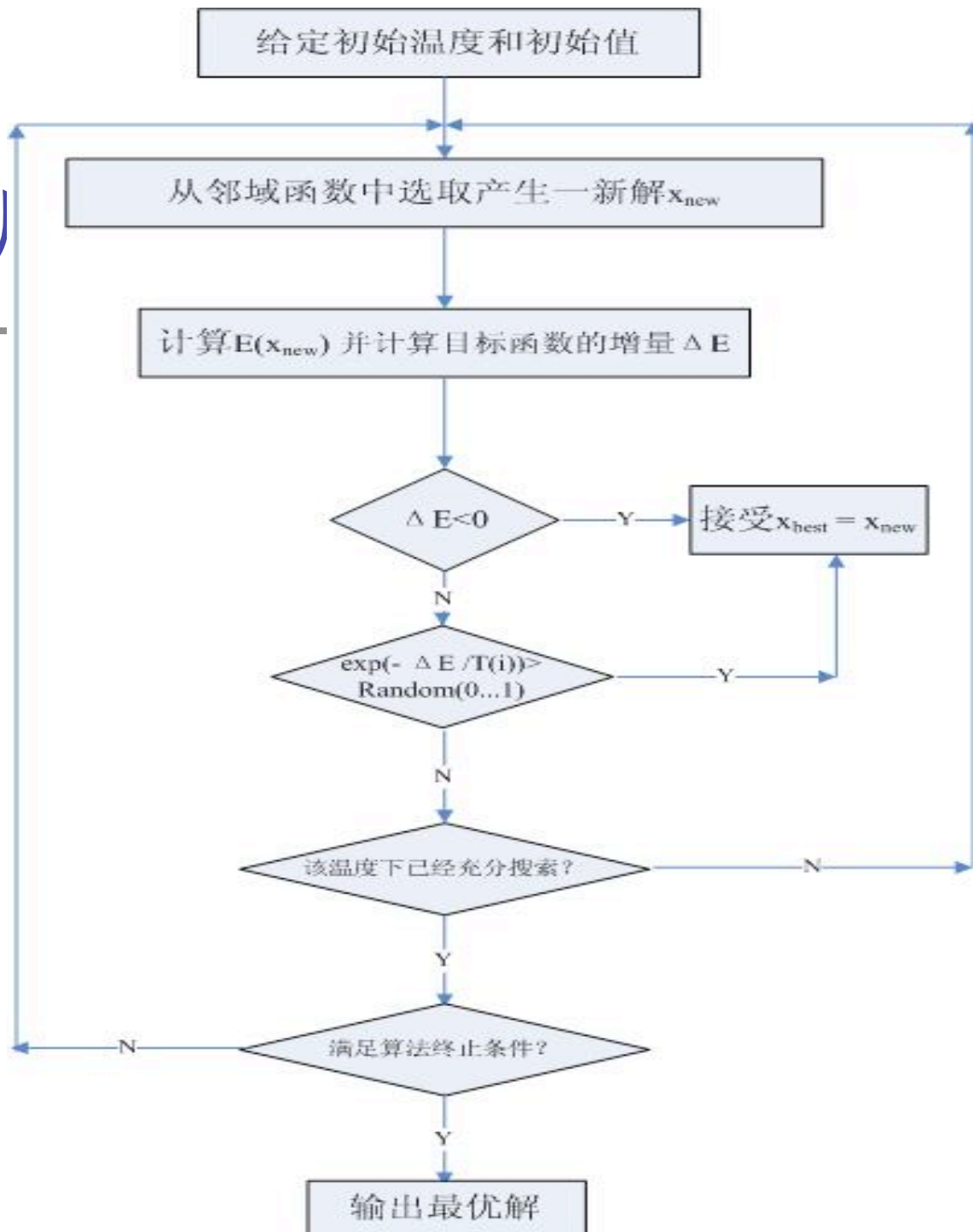
模拟退火法

■ Metropolis准则

- 假设在状态 x_{old} 时，系统受到某种扰动而使其状态变为 x_{new} 。与此相对应，系统的能量也从 $E(x_{old})$ 变成 $E(x_{new})$ ，系统由状态 x_{old} 变为状态 x_{new} 的接受概率 p :

模拟退火

■ 算法流程图




模拟退火法

■ 模拟退火算法-----步骤

- 1) 随机产生一个初始解 \mathbf{x}_0 ，令 $\mathbf{x}_{\text{best}} = \mathbf{x}_0$ ，并计算目标函数值 $E(\mathbf{x}_0)$;
- 2) 设置初始温度 $T(0)=T_0$ ，迭代次数 $i = 1$;
- 3) **Do while** $T(i) > T_{\text{min}}$
 - 1) **for** $j = 1 \sim k$
 - 2) 对当前最优解 \mathbf{x}_{best} 按照某一邻域函数，产生一新的解 \mathbf{x}_{new} 。计算新的目标函数值 $E(\mathbf{x}_{\text{new}})$ ，并计算目标函数值的增量 $\Delta E = E(\mathbf{x}_{\text{new}}) - E(\mathbf{x}_{\text{best}})$ 。
 - 3) 如果 $\Delta E < 0$ ，则 $\mathbf{x}_{\text{best}} = \mathbf{x}_{\text{new}}$;
 - 4) 如果 $\Delta E > 0$ ，则 $p = \exp(-\Delta E / T(i))$;
 - 1) 如果 $c = \text{random}[0,1] < p$ ， $\mathbf{x}_{\text{best}} = \mathbf{x}_{\text{new}}$; 否则 $\mathbf{x}_{\text{best}} = \mathbf{x}_{\text{best}}$ 。
 - 5) **End for**
- 4) $i = i + 1$;
- 5) **End Do**
- 6) 输出当前最优点。计算结束

模拟退火法

- 模拟退火算法-----参数的选择
-  冷却进度表——称调整模拟退火法的一系列重要参数为冷却进度表。它控制参数 T 的初值及其衰减函数，对应的MARKOV链长度和停止条件，非常重要。
- 冷却进度表规定的参数：
 1. 控制参数 t 的初值 t_0 ;
 2. 控制参数 t 的衰减函数;
 3. 马尔可夫链的长度 L_k 。（即每一次随机游走过程，要迭代多少次，才能趋于一个准平衡分布，即一个局部收敛解位置）
 4. 结束条件的选择



模拟退火法

- 有效的冷却进度表判据：
 - 一. 算法的收敛：主要取决于衰减函数和马尔可夫链的长度及停止准则的选择
 - 二. 算法的实验性能：最终解的质量和CPU的时间



模拟退火法

- 参数的选取：
 - 一) 控制参数初值**T0**的选取
一般要求初始值**t0**的值要充分大，即一开始即处于高温状态，且**Metropolis**的接收率约为**1**。
 - (1) 均匀抽样一组状态，以各状态目标值的方差为初温。
 - (2) 随机产生一组状态，确定两两状态间的最大目标值差**|\Delta_{max}|**，然后依据差值，利用一定的函数确定初温。比如，
$$t_0 = -\Delta_{max}/pr$$
，其中**pr**为初始接受概率。



模拟退火法

■ 参数的选取:

- 二) 衰减函数的选取
衰减函数用于控制温度的退火速度，一个常用的函数为： $T(n + 1) = K * T(n)$ ，其中K是一个非常接近于1的常数。
- 三) 马可夫链长度L的选取
原则是：在衰减参数T的衰减函数已选定的前提下，L应选得在控制参数的每一取值上都能恢复准平衡。
- 四) 终止条件
有很多种终止条件的选择，各种不同的条件对算法的性能和解的质量有很大影响，我们只介绍一个常用的终止条件。即上一个最优解与最新的一个最优解的之差小于某个容差，即可停止此次马尔可夫链的迭代。



模拟退火法

- 3、模拟退火算法的优点
 - 计算过程简单，通用，鲁棒性强，适用于并行处理，可用于求解复杂的非线性优化问题
 - 缺点：收敛速度慢，执行时间长，算法性能与初始值有关及参数敏感等缺点



模拟退火法

■ 模拟退火算法的改进

- (1) 设计合适的状态产生函数，使其根据搜索进程的需要表现出状态的全空间分散性或局部区域性。
- (2) 设计高效的退火策略。
- (3) 避免状态的迂回搜索。
- (4) 采用并行搜索结构。
- (5) 为避免陷入局部极小，改进对温度的控制方式
- (6) 选择合适的初始状态。
- (7) 设计合适的算法终止准则。



模拟退火法

- 也可通过增加某些环节而实现对模拟退火算法的改进：
 - (1) 增加升温或重升温过程。在算法进程的适当时机，将温度适当提高，从而可激活各状态的接受概率，以调整搜索进程中的当前状态，避免算法在局部极小解处停滞不前。
 - (2) 增加记忆功能。为避免搜索过程中由于执行概率接受环节而遗失当前遇到的最优解，可通过增加存储环节，将一些在这之前好的状态记忆下来。
 - (3) 增加补充搜索过程。即在退火过程结束后，以搜索到的最优解为初始状态，再次执行模拟退火过程或局部性搜索。
 - (4) 对每一当前状态，采用多次搜索策略，以概率接受区域内的最优状态，而非标准SA的单次比较方式。
 - (5) 结合其他搜索机制的算法，如遗传算法、混沌搜索等。
 - (6) 上述各方法的综合应用。